

Estimación por métodos Geoestadísticos

Métodos de Estimación de Recursos Mineros

- Estimación global
- Estimación local
 - La media aritmética
 - Los polígonos
 - El método del inverso de la distancia
 - Geoestadística

Estimación Global.

Interesa estimar la ley media y el tonelaje de todo el yacimiento (o de una zona grande dentro del depósito o yacimiento)

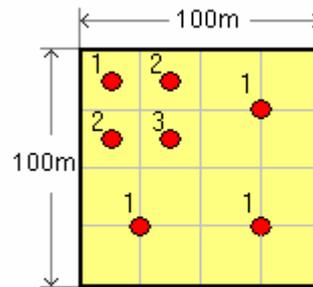
Estimación Local.

Interesa estimar la ley media de unidades o bloques con el fin de localizar y diferenciar las zonas ricas y pobres dentro de la zona de estimación.

Estimación Local.

La media aritmética

Para estimar la ley media de un bloque, se promedian las leyes de los datos que están dentro del bloque.



Se calcula como : $\hat{z}_S = \frac{1+1+1+3+2+2+1}{7} = \frac{11}{7} = 1.57$

La fórmula general es : $\hat{z}_S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$

Comentarios acerca del método:

- Todos los datos tienen el mismo peso $1/N$
- Muy simple. Fácil de calcular
- Produce malos resultados cuando hay agrupaciones de datos.
- No funciona bien en estimaciones locales porque quedan bloques sin información.

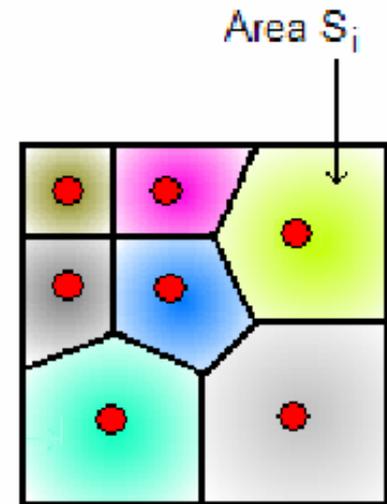
Estimación Local.

Los polígonos

Se le asigna a cada punto del espacio la ley del dato más próximo. Para estimar una zona S se ponderan las leyes de los datos por el área (o volumen) de influencia S_i .

La fórmula es :
$$\hat{z}_S = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N S_i z_i$$

Donde : $(S = S_1 + S_2 + \dots + S_N)$



Comentarios acerca del método:

- Complicado, requiere compás, regla, planímetro.
- El peso del dato Z_i es S_i / S .
- Funciona mejor con agrupaciones de datos que la media aritmética.
- Difícil de implementar en tres dimensiones.
- En general no es adecuado en estimaciones locales porque asigna la misma ley a todos los bloques que están dentro de un mismo polígono. Produce problemas con datos anómalos.

Estimación Local.

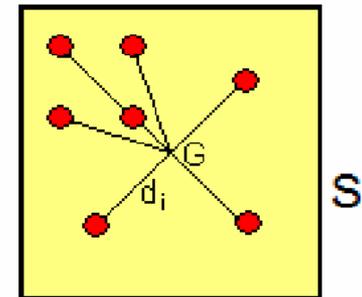
El método del inverso de la distancia

Se le asigna mayor peso a las muestras cercanas y menor peso a las muestras alejadas del bloque.

Esto se consigue al ponderar las leyes por el inverso de la distancia al cuadrado $1/d^2$.

La fórmula es :

$$\hat{z}_S = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{z_i}{d_i^\alpha}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^\alpha}} \quad (\alpha > 0)$$



Comentarios acerca del método:

- Simple, fácil de calcular.
- Se adapta mejor en estimaciones locales que globales.
- No funciona bien con agrupaciones de datos.
- Atribuye demasiado peso a las muestras cercanas al centro del bloque. En particular no está definido si $d_i = 0$ (muestra en el centroide de S)
- No toma en cuenta la forma ni el tamaño del bloque

Comentarios generales.

- Son empíricos.
- Son geométricos.
- No consideran la continuidad de las leyes.
- No consideran presencia de anisotropías, es decir direcciones en las cuales la variación de leyes es privilegiada.
- Los métodos tradicionales no proporcionan el error asociado a la estimación, entregan solo la ley media.
- En general estos métodos presentan un fenómeno conocido como **sesgo condicional**, es decir, una sobre-estimación de las leyes altas y una sub-estimación de las leyes bajas.

GEORGES MATHERON (1930 - 2000)

- En la década de los años 50 Georges Matheron conoció el trabajo de Danie Krige, Ingeniero de Minas Sudafricano acerca de la estimación de la ley de oro de la mina del distrito de Witswaterrand.
- Una década después Georges Matheron, Geomatemático francés formalizó la teoría incorporando el grado de dependencia espacial de las muestras.
- Bautizó la técnica de estimación como Krigeage, en honor a Danie Krige.



Geoestadística

En términos mineros se define la geoestadística como ***la aplicación de la teoría de las variables regionalizadas a la estimación de los recursos mineros.***

Una ***variable regionalizada*** es una función que representa la variación en el espacio de una cierta magnitud asociada a un fenómeno natural, como por ejemplo :

- densidad de población en una zona geográfica
- potencia (o el espesor) de una formación geológica
- ley de un metal dado en un yacimiento minero,
- etc...

Las variables regionalizadas

Las variables regionalizadas poseen características cualitativas, ligadas a la estructura del fenómeno natural y representan la evolución en el espacio de un fenómeno natural.

Algunas de las características más importantes:

- **Localización** : toma valores en una región determinada.
- **Continuidad** mayor o menor continuidad en el espacio.
- **Anisotropía** dirección privilegiada donde los valores se modifican lentamente, mientras varían mucho más rápido en la dirección perpendicular.
- **Fenómeno de transición** : presencia de discontinuidades

La teoría de las variables regionalizadas tiene dos objetivos principales:

- Expresar las características estructurales de una variable regionalizada mediante una forma matemática adecuada.
- Resolver, de manera satisfactoria, el problema de la estimación de una variable regionalizada a partir de un conjunto de muestras, asignando errores a las estimaciones.

El modelo matemático de la geoestadística: Las funciones aleatorias.

La geoestadística utiliza una interpretación probabilística de la variable regionalizada, mediante el modelo de las funciones aleatorias.

Una función aleatoria asigna a cada punto del espacio un valor que depende del azar (es decir un valor aleatorio).

Equivale a decir que las leyes del yacimiento se generaron a partir de un proceso o experimento muy complejo.

El Kriging

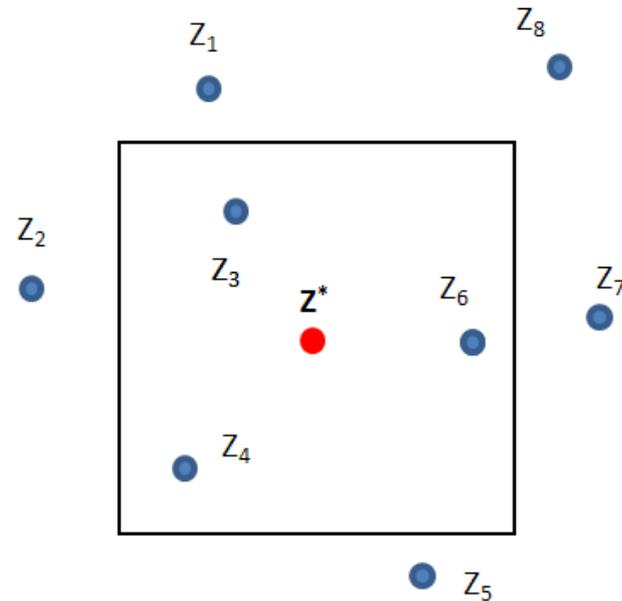
El Kriging consiste en encontrar la mejor estimación lineal de la ley de un bloque o zona. Es un estimador insesgado, de mínima varianza, considerando la información disponible.

$$Z^* = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$$

Bajo la condición :

$$\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1$$

El estimador es insesgado.



Ponderadores de las muestras

El Krigado atribuye un ponderador a cada muestra utilizada.

Estos ponderadores se calculan de manera de minimizar la varianza del error cometido.

El krigado atribuye ponderadores mayores a las muestras cercanas al bloque y ponderadores menores a las alejadas.

Se utiliza la función variograma, que mide la Correlación Espacial de los datos.

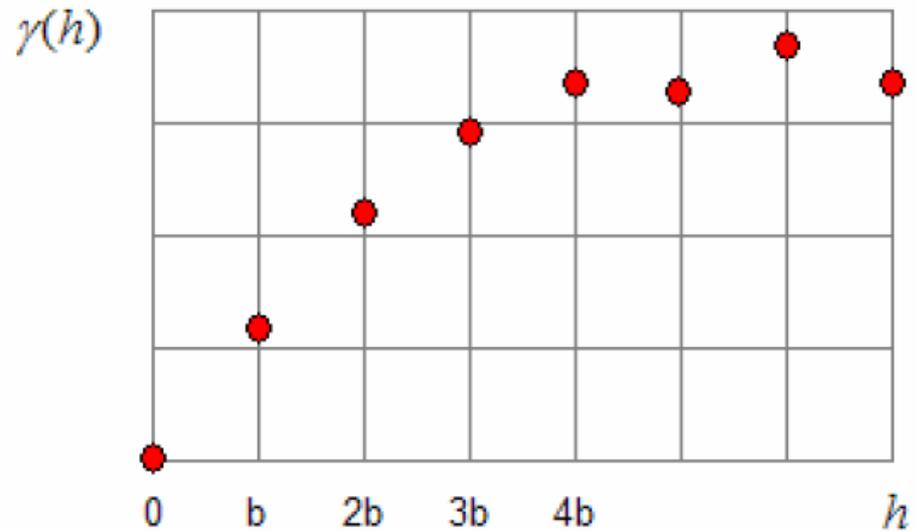
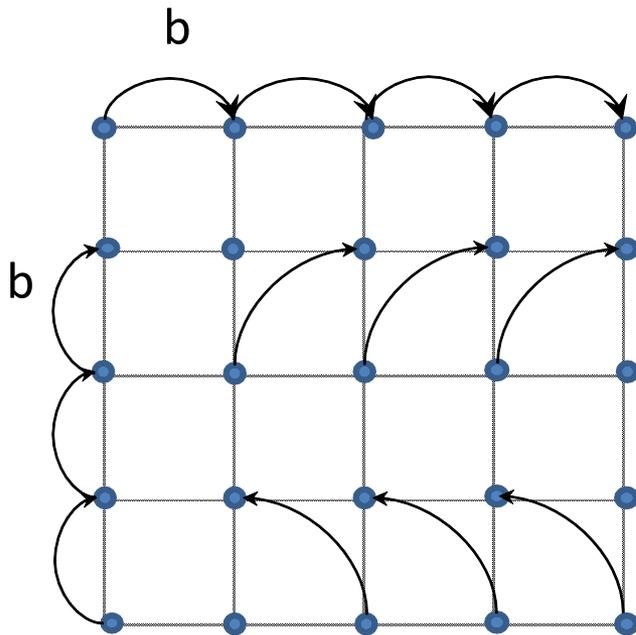
El variograma es función de la dirección y la distancia

El variograma permite una transferencia de continuidad geológica a forma numérica. Debe ser coherente con el fenómeno en estudio.

La función variograma

Se calcula con los datos de las muestras en diferentes direcciones y a diferentes distancias (variograma experimental)

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2} \text{Promedio} \left\{ \begin{array}{l} (\text{diferencias})^2 \text{ de leyes en puntos} \\ \text{que estan a la distancia } \vec{h} \end{array} \right\}$$



La función variograma

Se ajusta un modelo teórico

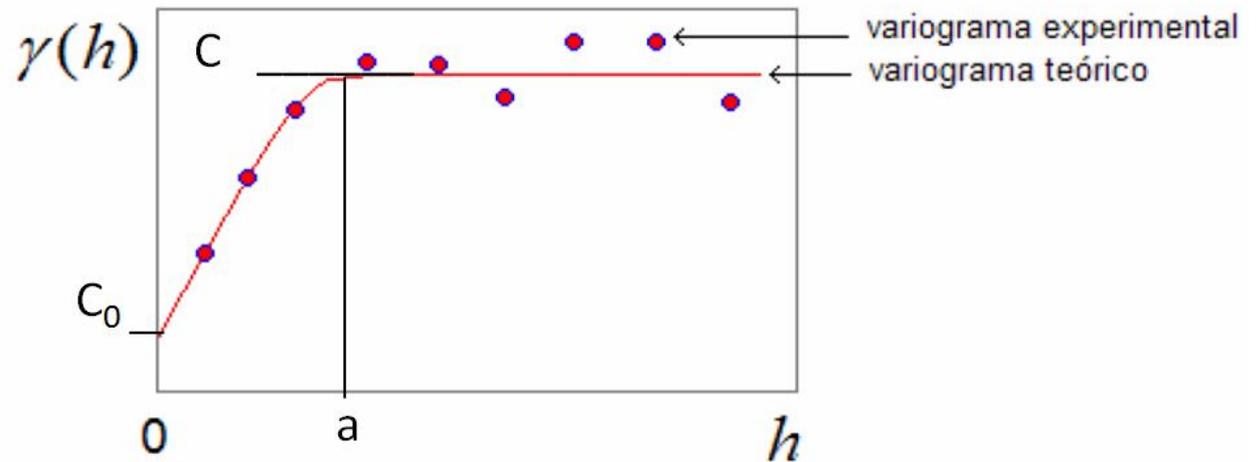
Donde :

a = alcance

C_0 = efecto pepita

C = meseta

h = distancia



Existen varios modelos válidos

Esférico

Exponencial

Cuadrático

Gausiano

Etc.

Ecuaciones de Krigeado

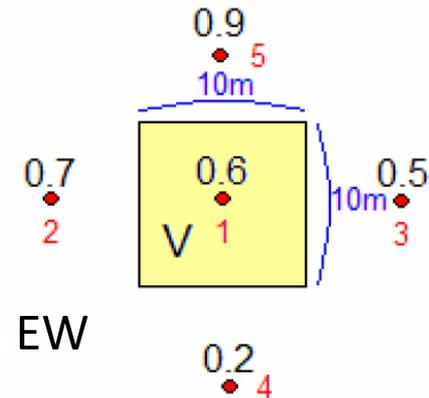
Es un sistema de ecuaciones que tiene como incógnitas los ponderadores de las muestras λ_i , utiliza la función variograma $\gamma(h)$ y la condición que la suma de los ponderadores sea igual a 1

$$\begin{array}{r}
 \lambda_1\gamma(x_1, x_1) + \lambda_2\gamma(x_1, x_2) + \dots + \lambda_N\gamma(x_1, x_N) + \mu = (1/V)\int_V\gamma(x_1, x)dx \\
 \lambda_1\gamma(x_2, x_1) + \lambda_2\gamma(x_2, x_2) + \dots + \lambda_N\gamma(x_2, x_N) + \mu = (1/V)\int_V\gamma(x_2, x)dx \\
 \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \\
 \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \\
 \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \\
 \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad \qquad \cdot \\
 \lambda_1\gamma(x_N, x_1) + \lambda_2\gamma(x_N, x_2) + \dots + \lambda_N\gamma(x_N, x_N) + \mu = (1/V)\int_V\gamma(x_N, x)dx \\
 \lambda_1 \quad + \quad \lambda_2 \quad + \dots + \quad \lambda_N \quad = \quad 1
 \end{array}$$

La varianza de estimación se calcula como : $\sigma_E^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + \mu$

Ejemplo

Queremos estimar el siguiente bloque:



El variograma tiene mayor continuidad en la dirección EW

$$\hat{z}_V = \lambda_1 z(x_1) + \lambda_2 z(x_2) + \lambda_3 z(x_3) + \lambda_4 z(x_4) + \lambda_5 z(x_5)$$

Resolviendo el sistema se tiene :

$$\lambda_1 = 0.47$$

$$\lambda_2 = 0.20$$

$$\lambda_3 = 0.20$$

$$\lambda_4 = 0.08$$

$$\lambda_5 = 0.08$$

$$\hat{z}_V = 0,47*0,6+0,20*0,7+0,20*0,5+0,08*0,2+0,08*0,9$$

$$\hat{z}_V = 0.61$$

$$2\sigma_E = 0.12$$

$$z_V = 0.61 \pm 0.12$$

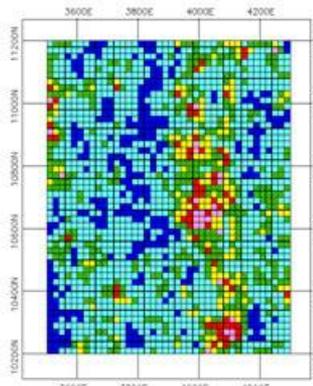
ESTIMACION \neq REALIDAD

Los modelos deben ser :

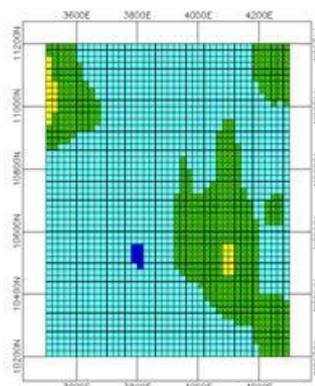
- Insesgados
- Precisos
- Sin sesgo condicional

Por lo tanto los modelos se deben validar continuamente

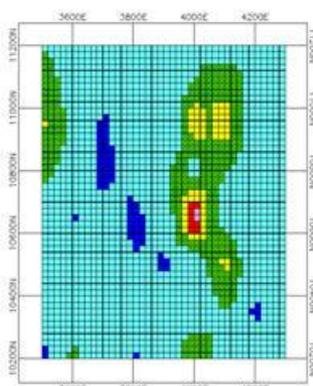
IMPACTO DE LA DENSIDAD DE INFORMACION EN LA ESTIMACION DE LEYES



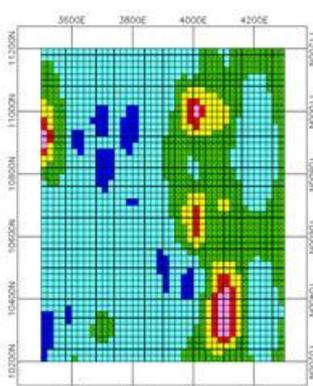
SIMULACION CONDICIONAL
DE LEYES



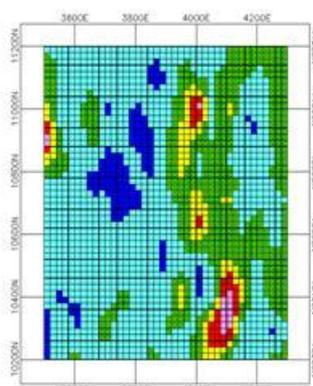
150*150



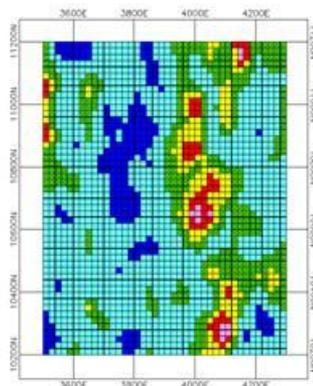
150*100



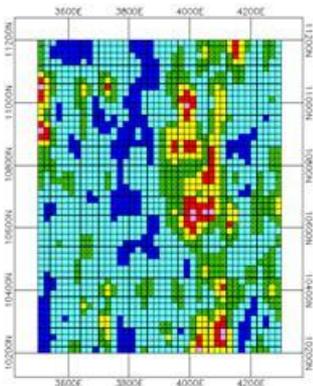
100*100



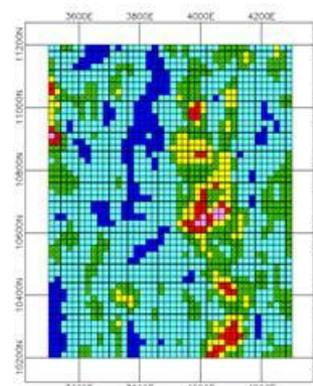
100*50



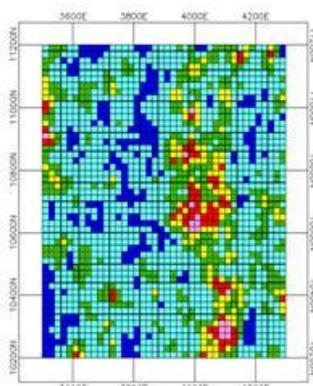
50*50



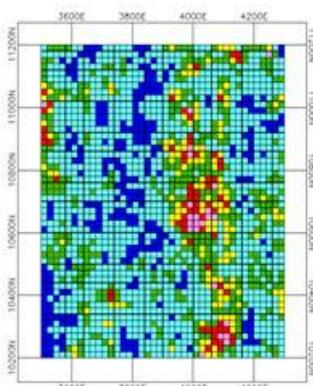
50*25



25*25



20*10



10*5

Características de la estimación

- Se deben estimar separadamente unidades geológicas diferentes
- Se debe validar continuamente el modelo
 - Por unidad de estimación
 - Por posición y dirección
 - En el tiempo
- La estimación se debe retroalimentar continuamente
 - Conciliaciones